MS.1 Les machines simples: Elles sont des dispositifs qui nous permettent d'accomplir un travail en effectuant un effort moindre. Pour déterminer l'efficacité d'une machine simple, on peut calculer son gain mécanique.

{modèle mathématique}

$$G.M. = \frac{F_r}{F_m} = \frac{l_m}{l_r}$$

{Description des termes}

F_r : force de résistance en (N)
F_m: force appliquée en (N)
l_m: bras de force en (m)
l_r: bras de charge en (m)
GM: gain mécanique

Remarques:

- Si le gain mécanique est plus grand que 1, cela signifie que votre force est multiplié par rapport à la force contre laquelle vous combattez.

Si G.M > 1 alors la machine multiplie votre force

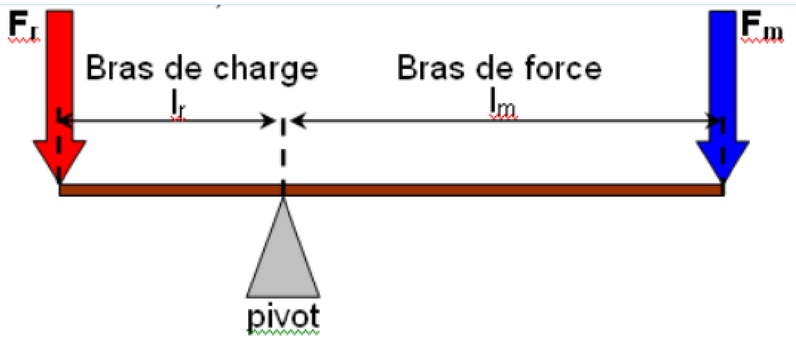
- Si le gain mécanique est plus petit que 1, cela signifie que votre force est divisée.

Si G.M < 1 alors la machine divise votre force

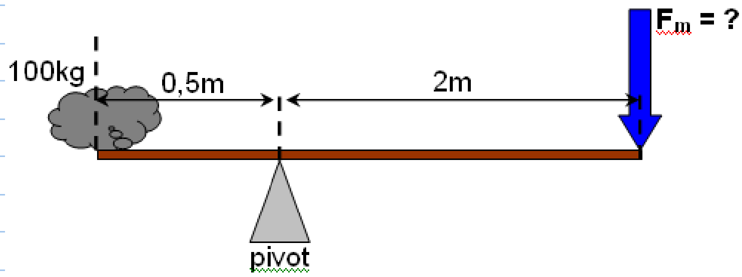
- Si le gain mécanique est 1, cela signifie que la machine simple ne change pas la grandeur de votre force.

MS 2. Les leviers: un levier est constitué d'un objet long et rigide qui peut pivoter sur un point d'appui. Il existe 3 sortes de levier.

a. Le levier inter-appui: le point d'appuit est situé entre la force résistante et la force motrice.



Ex 1: Quelle force doit-on appliquer pour soulever la roche suivante?



{Faire le problème}

$$\frac{F_r}{F_m} = \frac{l_m}{l_r}$$

$$F_r = F_g = m \times g = 100\,kg \cdot 9,8\,m/s^2$$

$$F_r = 980\,N$$

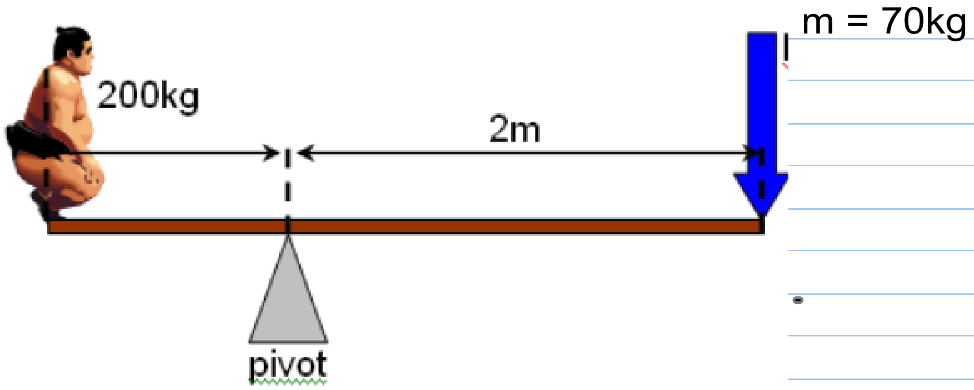
$$\therefore \frac{980\,N}{F_m} = \frac{2\,m}{0,5\,m}$$

$$980\,N = \frac{2\,m \cdot F_m}{0,5\,m}$$

$$980\,N = 4 \cdot F_m \quad \div 4$$

$$\boxed{245\,N = F_m}$$

Ex 2: À quel endroit doit-on placer le pivot pour pouvoir soulever le lutteur sumo. Votre masse est de 70kg.



{Faire le problème}

$$\frac{F_r}{F_m} = \frac{l_m}{l_r}$$

$$F_r = F_g = m \times g = 200\,kg \times 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 1960\,N$$

$$F_m = F_g = m \times g = 70 \times 9{,}8 = 686\,N$$

$$\therefore \frac{1960\,N}{686\,N} = \frac{2m}{l_r}$$

$$l_r \cdot 1960 = 2m \times 686$$

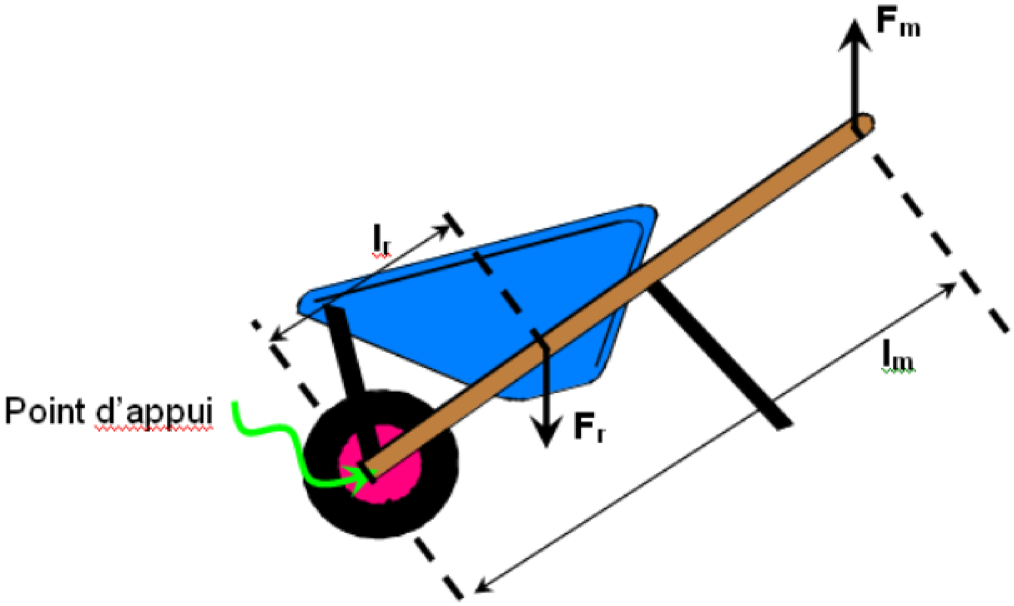
$$\div 1960 \qquad \div 1960$$

$$l_r \cdot 1960 = 1372\,m$$

$$l_r = 0{,}7\,m$$

b. Le levier inter-résistant: La force résistante est appliquée entre le point d'appui du levier et la force motrice.

Ex: les brouettes sont un exemple de levier inter-résistant.



Remarque: Selon la formule du gain mécanique, on obtient que:

{démontrer que G.M >1 (toujours)}

$$G.M. = \frac{F_r}{F_m} = \frac{l_m}{l_r} \quad \text{mais} \quad l_m > l_r$$

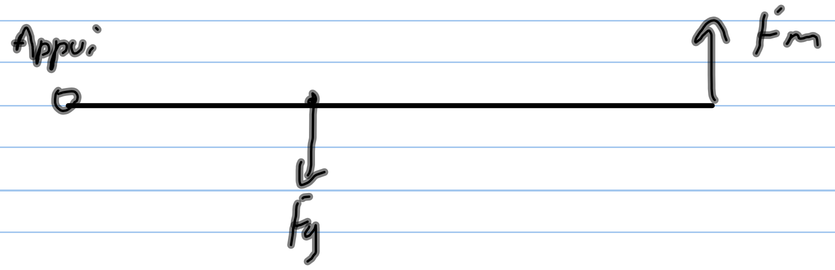
$$\therefore G.M. > 1$$

{conclusion}

Donc, pour ce genre de levier, votre force est toujours multipliée par rapport à la force résistante. (vous êtes plus fort!)

Ex: Quelle masse pouvez-vous soulever à l'aide d'une brouette dont la charge est située à 75cm de la roue et dont les brancards (poignées) sont longue de 1,5m. Vous êtes en mesure d'exercer une force de 900N.

{Faire le problème}



$F_m = 900N$

$l_m = 1,5m$

$l_r = 0,75m$

$m = ?$

$F_g = m \times g$

$\therefore \dfrac{F_r}{F_m} = \dfrac{l_m}{l_r}$

$\dfrac{F_g}{F_m} = \dfrac{l_m}{l_r}$

$\therefore \dfrac{F_g}{900N} = \dfrac{1,5m}{0,75m}$ $\times 900$ $\times 900$

$F_g = 1800N$

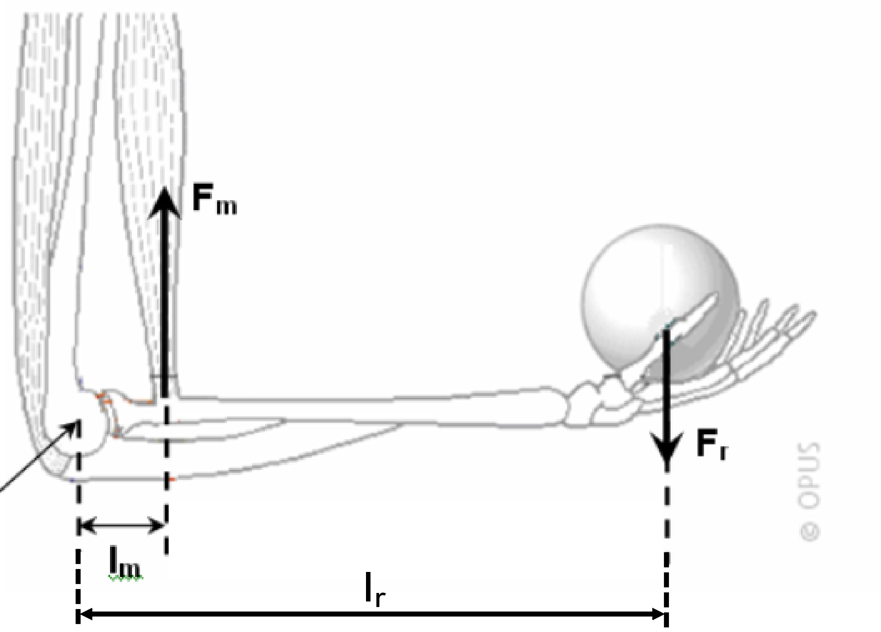
$\div 9,8$ $\div 9,8$

$\therefore 1800N = m \times 9,8$

$\boxed{183,67kg = m}$

c. Le levier inter-effort: La force motrice est exercée entre le point d'appui et la force de résistance.

Ex: les os de l'avant-bras sont un exemple de levier inter-effort.

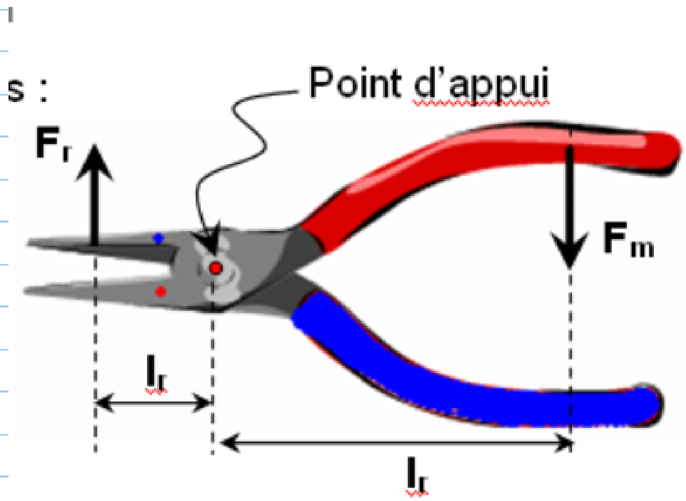


{Démontrer que G.M.toujours <1}

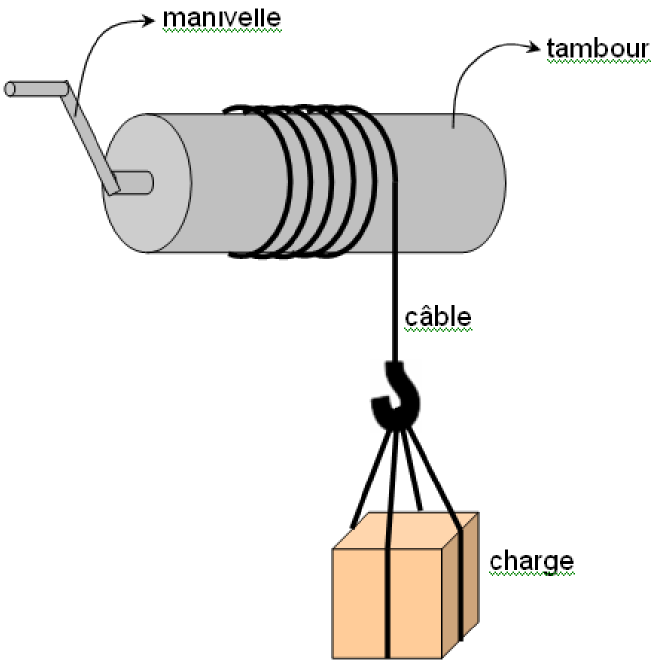
$$G.M. = \frac{l_m}{l_r} \quad \text{mais} \quad l_m < l_r$$

$$\therefore G.M. < 1$$

d. Les leviers double: Il arrive très souvent qu'on utilise des leviers par pair. Ceux-ci sont alors reliés au point d'appui.

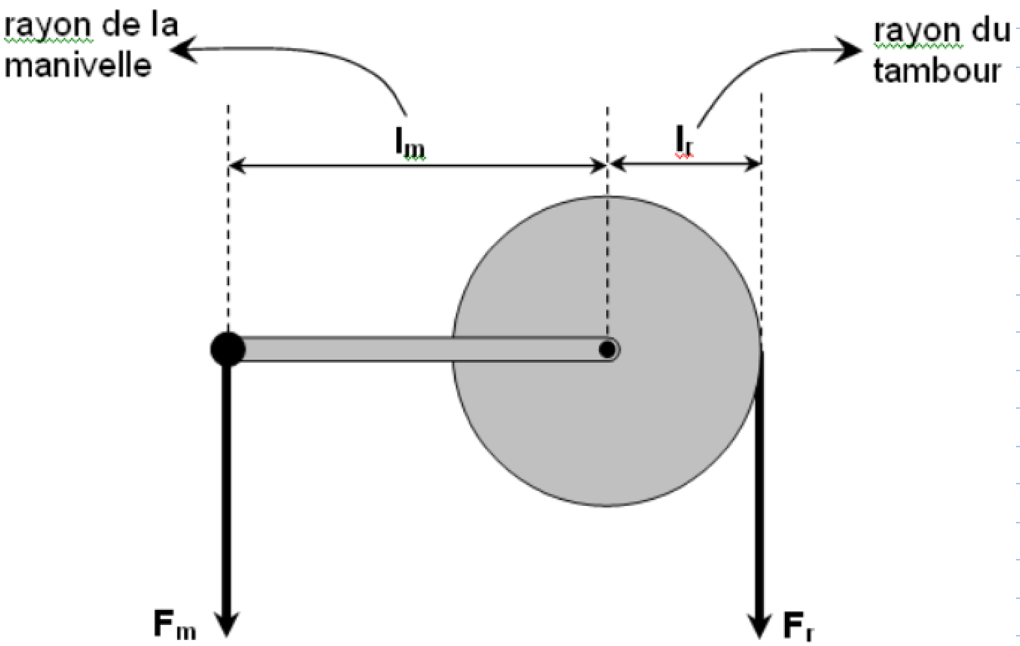


MS.3 Le treuil: un treuil est constitué d'un "tambour" autour duquel s'enroule un câble que l'on relie à une charge.



{Quel type de levier se retrouve derrière le treuil?}

Si on regarde un treuil de côté, on constate qu'il s'agit en fait d'un levier inter-appui.



{G.M. toujours > 1}

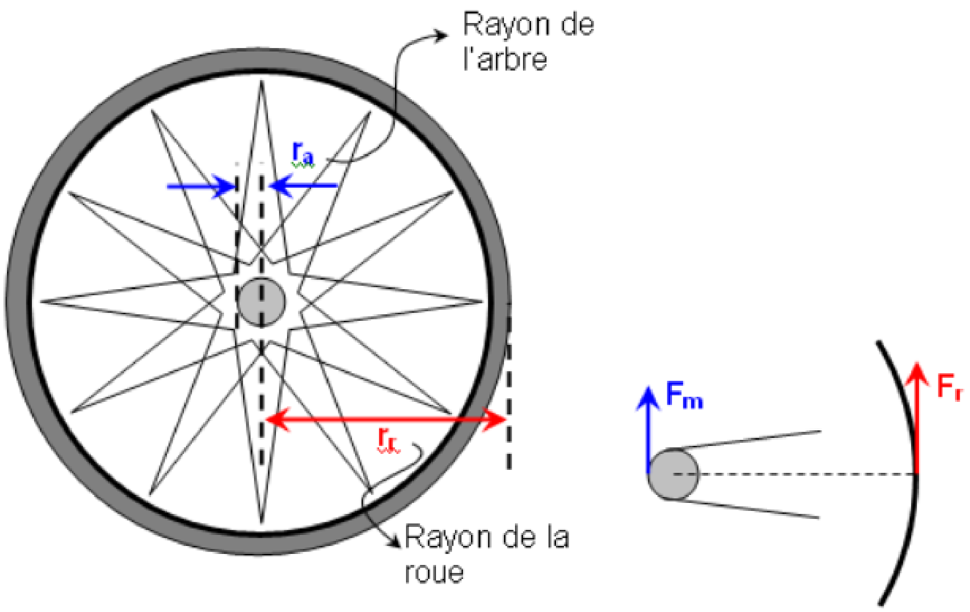
La manivelle est toujours plus grande que le rayon du tambour. Le gain mécanique est donc toujours plus grand que 1. Les treuils multiplient donc toujours la force.

{intérêt des treuils}

L'intérêt de l'utilisation d'un treuil est qu'il permet de tirer une charge en utilisant très peu de force.

MS.4 Le roue: les roues et les engrenages. Une roue n'est en fait qu'un treuil dont la manivelle serait remplacée par sa jante.

Ex 1: Roue de vélo



dans le cas d'une roue:

{lien rayon-levier}

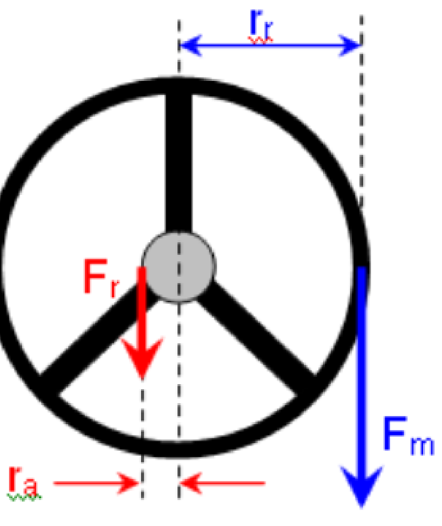
$$r_a = l_m$$
$$r_r = l_r$$

{observation mathématique}

$$G.M. = \frac{F_r}{F_m} = \frac{l_m}{l_r} < 1$$

Ex 2: Volant. Les dispositifs utilisés pour ouvrir ou fermer les écoutilles font l'inverse.

{Déterminer si le gain mécanique est < ou > que 1 selon le dessin}



$$G.M. = \frac{l_m}{l_r} = \frac{r_r}{r_a}$$

rayon roue

arbre

mais $r_r > r_a$

$\therefore$

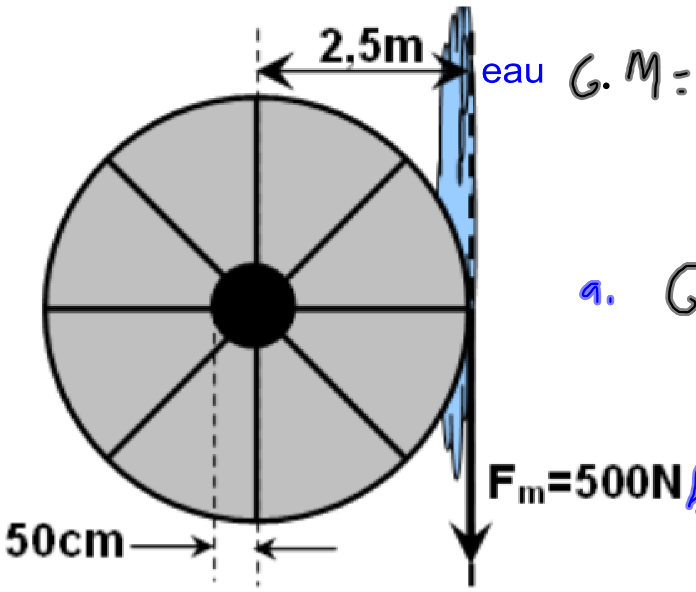
$G.M. > 1$

Ex 3: Une turbine est maintenue en mouvement par de l'eau. Si l'eau exerce une force de 500N à l'extrémité des haubans de la turbine.

a. • Calculez le gain mécanique.

b. • Calculez la force transmise à l'arbre.

{faire le problème}



$$G.M = \frac{F_r}{F_m} = \frac{l_m}{l_r} = \frac{r_r}{r_a}$$

a. $$G.M = \frac{2{,}5\,m}{0{,}5\,m} = 5$$

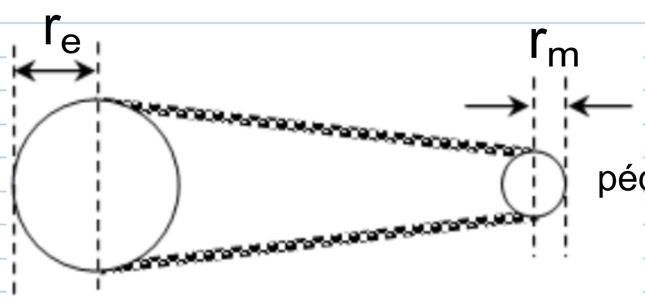
b. ∴ $$G.M = \frac{F_r}{F_m}$$

$$\times 500 \quad 5 = \frac{F_r}{500\,N} \quad \times 500$$

$$\boxed{2\,500\,N = F_r}$$

M.S.5 Engrenages: Un engrenage est une combinaison de roues.

a. Actionnés par des courroies ou des chaînes: ex: les vitesses d'un vélo.



r_m: rayon moteur
r_e: rayon entraîné

{lien rayon-levier}

$$\frac{r_m}{r_e} = \frac{l_m}{l_r}$$

{Gain mécanique}

$$G.M. = \frac{F_e}{F_m} = \frac{l_m}{l_r}$$

Dans cet exemple, la vitesse de la roue entraînée (tour/temps) ne sera pas grande. Le lien entre le gain mécanique et la vitesse serait:

{Lien G.M. - vitesse}

$$G.M. = \frac{F_e}{F_m} = \frac{l_m}{l_r} = \frac{v_e}{v_m}$$

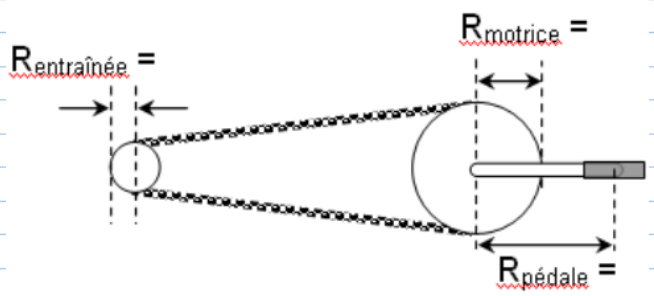
Dans cet exemple:

{observation et déduction}

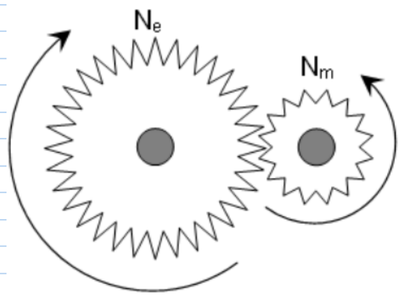
$$\frac{v_e}{v_m} < 1$$

Le but de cette combinaison de plateau n'est pas d'aller vite.

Si on inversait les engrenages, on obtiendrait le contraire.



b. Actionnés directement: Ex: les roues d'entraînement dans une montre à ressort.



nombre de dents

{modèle mathématique}

$$\text{G.M.} = \frac{N_m}{N_e} = \frac{v_e}{v_m}$$

{mise en garde définition de vitesse de rotation}

Attention! il s'agit ici d'une vitesse de rotation et non pas d'une vitesse telle qu'elle est définie en cinématique.

En général, les engrenages sont très utiles pour les situations où on recherche une vitesse différentes entre deux roues.

Ex 1: La roue motrice d'une horloge compte 120 dents et actionne directement l'aiguille des secondes. Cette roue entraîne l'aiguille des minutes. Combien de dents doit compter la roue d'engrenage des minutes pour que tout fonctionne?

{Faire le problème: mettre l'accent sur le fait que la roue motrice fait ½ tour pendant que la roue des minute fait $^1/_{60}$ de tour.}

Pour chaque 60 positions des secondes, la roue des minutes doit bouger d'une position.
Le rapport des positions est donc de:

$$\frac{60\text{ position (s)}}{1\text{ position (min)}} \qquad \text{mais} \quad V = \frac{\#\text{position}}{\Delta t}$$

$$\therefore V_m = \frac{60\text{ positions}}{\Delta t}$$

$$V_e = \frac{1\text{ position}}{\Delta t}$$

$$\therefore \Delta t = \frac{60}{V_m} \quad \text{ou} \quad \Delta t = \frac{1}{V_e}$$

$$\therefore \frac{60}{V_m} = \frac{1}{V_e} \qquad \therefore V_e = \frac{V_m}{60}$$

$$\text{mais} \quad \frac{N_m}{N_e} = \frac{V_e}{V_m} \qquad \text{mais} \quad V_e = \frac{V_m}{60}$$

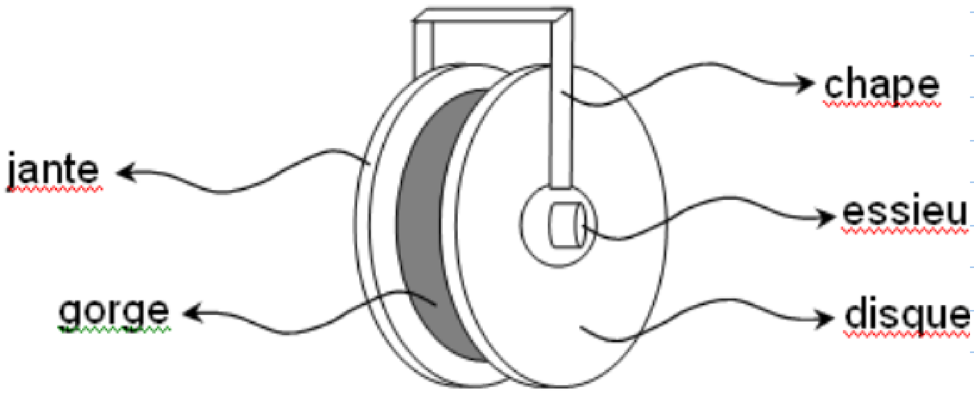
$$\therefore \frac{N_m}{N_e} = \frac{V_m/60}{V_m} = \frac{\cancel{V_m}}{60\cancel{V_m}}$$

$$\frac{120}{N_e} = \frac{1}{60}$$

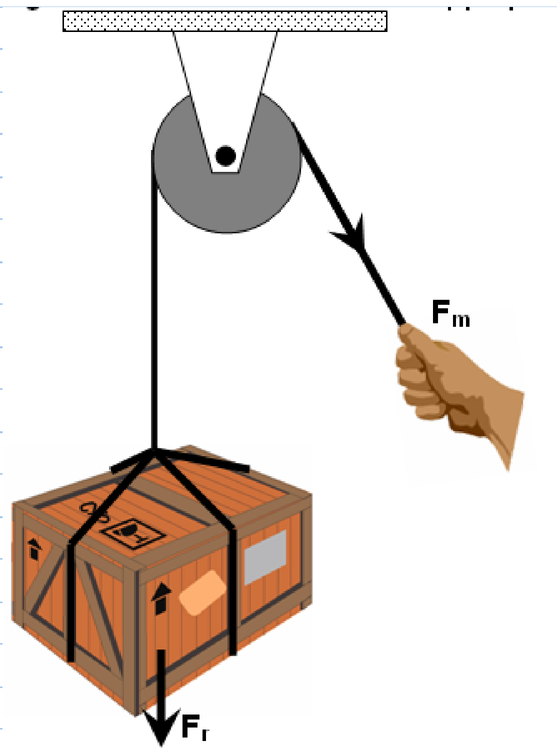
$$\therefore 120 \times 60 = N_e$$

$$\boxed{7200\text{ dents} = N_e}$$

MS.6 Les poulies: une poulie est essentiellement une roue à la différence que son pourtour contient un creux (appelé la gorge) à l'intérieur duquel on fait passer une corde ou un câble.



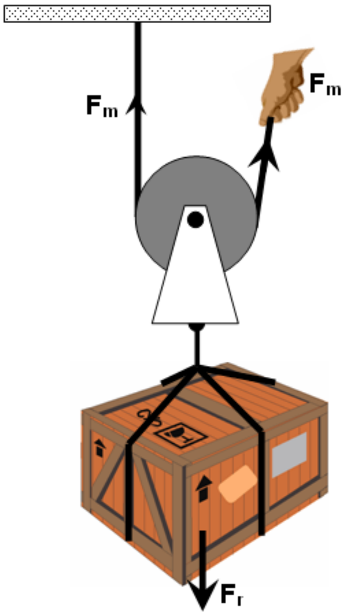
a. Poulie fixe: Lorsque la poulie est fixe et que la charge est attachée à une extrémité de la corde, il n'y a aucun gain mécanique.



{utilité de ce genre de poulie}

L'utilité des poulies fixes est de changer la direction de la force à appliquer.

b. Poulies mobiles: Lorsque la charge est attachée à la chape de la poulie et qu'une extrémité de la corde est fixe, on obtient un gain mécanique de 2.



{observation des forces}

Du point de vue de la charge, il y a deux forces qui la soutiennent Donc:

$$2F_m = F_r$$

{Calculer le gain mécanique à partir de la formule de base du G.M.}

$$G.M. = \frac{F_r}{F_m} \qquad \text{mais } F_r = 2F_m$$

$$\therefore G.M. = \frac{2\cancel{F_m}}{\cancel{F_m}} = 2$$

{mise en garde sur la longueur de la corde qu'on doit tirer}

Remarque: Si on tire la corde sur une longueur "L", cette longueur est répartie sur les deux segments de corde. La masse ne montera que de la moitié de "L".

Ex: Vous voulez soulever une lourde caisse de 80kg. Calculez la force avec laquelle vous devrez tirer dans le cas:

a. d'une poulie fixe
b. d'une poulie mobile

{Faire le problème}

a. $G.M. = 1 \quad \therefore F_m = F_r = F_g$

et $F_g = m \times g$

$= 80kg \times 9{,}8\,m/s^2$

$F_g = 784N$

$$\therefore \boxed{F_m = 784N}$$

b. $G.M. = 2 = \frac{F_r}{F_m} \rightarrow F_r = F_g = 784N$

$$\therefore 2 = \frac{784N}{F_m}$$

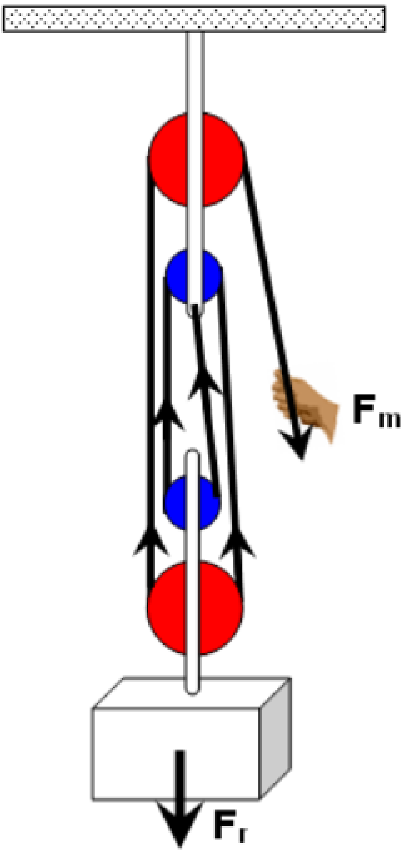
$$F_m = \frac{784N}{2} = \boxed{392N}$$

c. Moufles: Afin de tirer profit des poulies, on peut les combiner. Un moufle est constitué de 2 poulies ou plus, montées sur une même chape.

d. Palans: un palan est une association de poulies (moufles) dont au moins une est fixe et une autre mobile.

e. Gain mécanique des palans: Très simple à calculer. Il suffit de compter le nombre de segments de corde qui soutiennent la charge.

Ex: Calculez le gain mécanique du palan suivant:



{Faire le problème}

Il y a 4 segments de corde. Le gain mécanique est donc de 4.

ex: Calculez la grandeur de la force avec laquelle vous devriez tirer pour soulever une masse de 75kg?

{Faire le problème}

$G.M. = 4 = \frac{F_r}{F_m} \rightarrow F_r = F_g = m \times g$

$F_r = 75 \times 9{,}8$

$F_r = 735\,N$

$\therefore 4 = \frac{735\,N}{F_m}$

$\therefore F_m = \frac{735\,N}{4} = 183{,}75\,N$

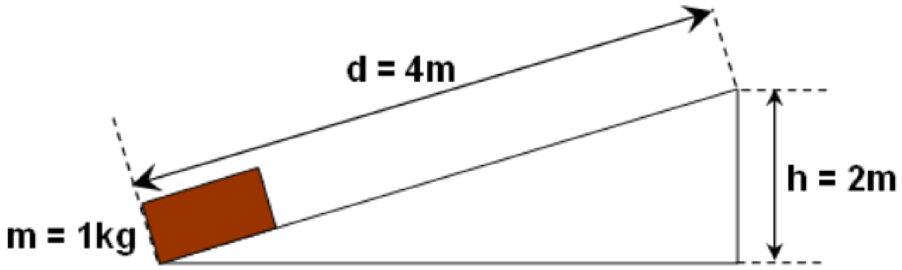
{mise en garde longueur}

Remarque: Si vous devez soulever la masse de 1m de hauteur, vous devrez tirer sur 4m

f. Friction dans les poulies: dans la vraie vie, il y a toujours de la friction au niveau de la poulie, ce qui diminue leur efficacité.

MS.7 Plans inclinés. Pour comprendre pourquoi un plan incliné nous donne un gain mécanique, rappelons-nous le principe de conservation de l'énergie.

Ex: Soit le plan incliné suivant:



{Déterminer le gain mécanique à partir de $\Delta E_p = W = F_m \Delta d$ sur le plan et de F_m sans le plan}

Généralisation: Le gain mécanique peut toujours être obtenu de la façon suivante:

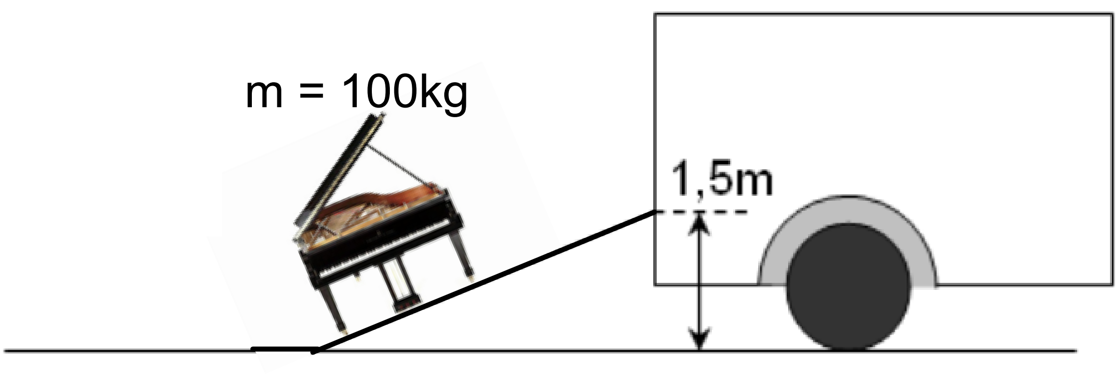
{Formule basée sur observations}

$$G.M. = \frac{F_r}{F_m} = \frac{d}{h}$$

{Description des termes}

d: longueur du plan incliné
h: hauteur à laquelle on déplace l'objet.

Ex: Vous désirez charger un piano dans un camion à l'aide d'une rampe de chargement. La rampe est longue de 4m. Calculez la force avec laquelle vous devrez pousser le piano. (le piano est sur des roulettes)



{Faire le problème}

$$G.M. = \frac{F_r}{F_m} = \frac{d}{h}$$

$$F_g = m \times g = 100\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 980\,N$$

$$\therefore \quad \frac{980\,N}{F_m} = \frac{4\,m}{1{,}5\,m}$$

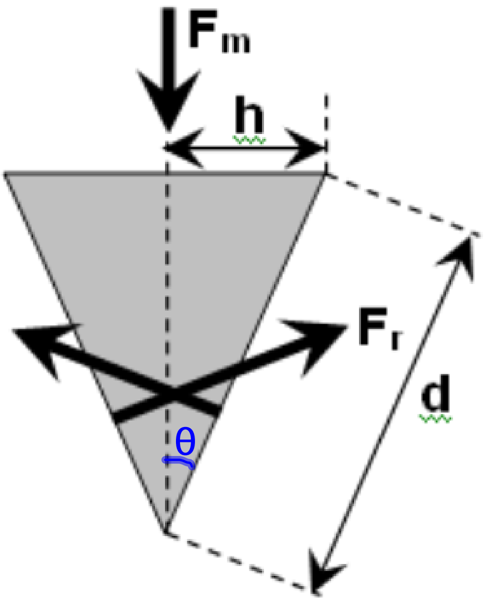
$$980\,N = \frac{4\,m \times F_m}{1{,}5\,m}$$

$$\div 2{,}\overline{6} \qquad \div 2{,}\overline{6}$$

$$980\,N = 2{,}\overline{6} \times F_m$$

$$\boxed{367{,}5\,N = F_m}$$

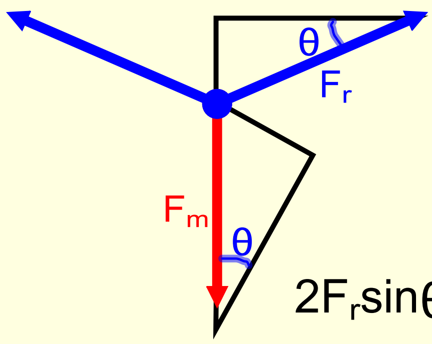
b. Les coins: les coins sont une application du plan incliné.



{Formule}

$$G.M. = \frac{d}{2h}$$

{preuve}



$$2F_r\sin\theta = F_m$$

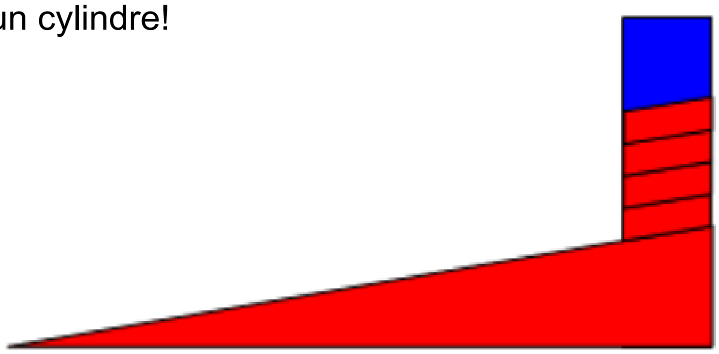
{fin de la preuve}

$$\text{Donc:}\quad G.M. = \frac{F_r}{F_m} = \frac{\cancel{F_r}}{2\cancel{F_r}\sin\theta}$$

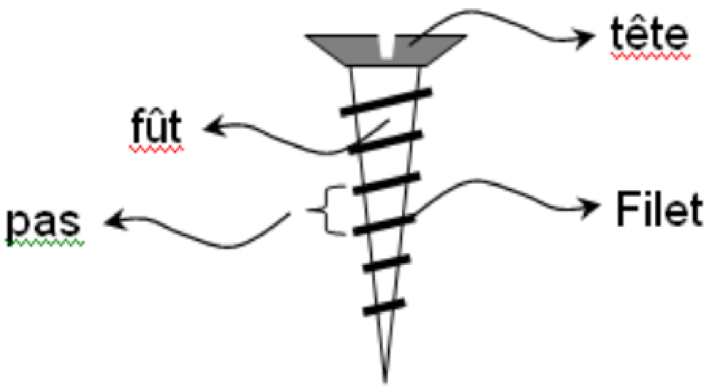
$$\text{mais}\quad \sin\theta = \frac{h}{d}$$

M.S. 8 La vis: la vis n'est rien d'autre qu'un plan incliné enroulé autour d'un cylindre!

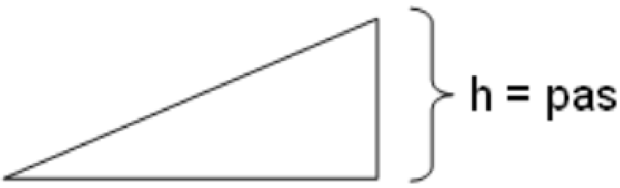
a.

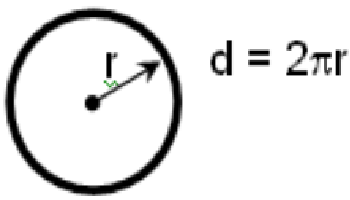


La vis: la vis est constituée des éléments suivants:



b. Gain mécanique d'une vis: Comparons la vis à un plan incliné:





{formule}

$$G.M. = \frac{d}{h} = \frac{2\pi r}{h}$$

{Définition des termes}

r : Rayon du fut
h: pas de la vis

Ex: Quel est le gain mécanique d'une vis dont le rayon du fût est de 1,6mm et le pas est de 0,71mm?

{Faire le problème}

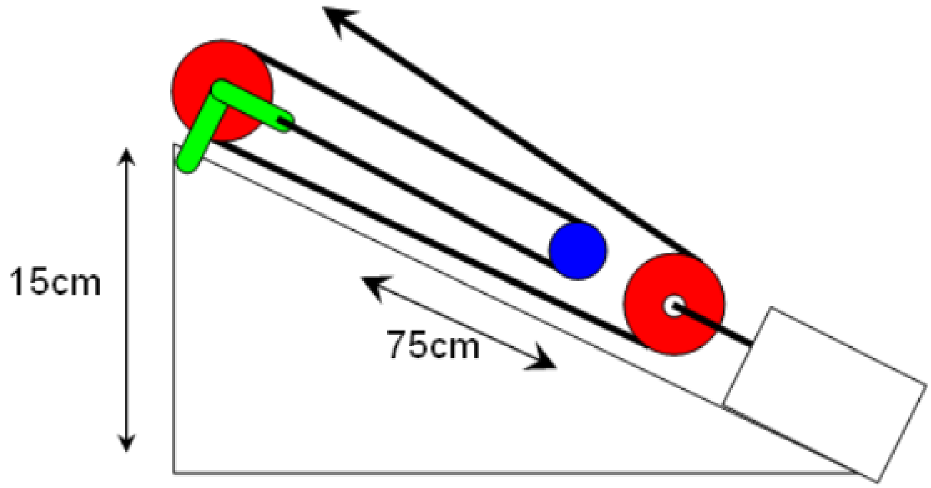
$$G.M. = \frac{2\pi r}{h} = \frac{2\pi \times 1{,}6\,mm}{0{,}71\,mm} = 14{,}17$$

c. Type de vis:

- Pour les matériaux très durs, on préfère utiliser des vis dont le filetage est serré car cela donne un gain mécanique plus grand. Par contre, vous devrez effectuer plus de tours pour que la vis entre.

- Pour les matériaux mous, on peut utiliser des vis au filetage moins serré. Cela vous donne un gain mécanique plus petit mais vous économisez en temps pour entrer la vis complètement.

M.S. 9 Les machines couplées ou complexes: Il arrive qu'on combine plusieurs machines simples différentes pour accomplir un travail.
ex: on tire une masse quelconque sur un plan incliné à l'aide de poulies.



Lorsque plus d'une machine sont combinées, il suffit de multiplier les gains mécaniques.
Calculez le gain mécanique de la machine complexe précédente.

{Faire le problème}

PLAN INCLINÉ

$$G.M. = \frac{d}{h} = \frac{75cm}{15cm} = 5$$

PALANS

$G.M. = 4$ (4 segments de corde)

$$\therefore G.M._{tot} = G.M._{PLAN} \times G.M._{PALAN}$$

$$= 5 \times 4$$

$$= 20$$